Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра алгебры и математической логики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет состоит из 2 вопросов и 2 задач и формируется по следующему правилу:

- первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-25;
- второй вопрос из диапазона вопросов 26-48;
- третий вопрос – задача;
- четвертый вопрос – задача.

Таким образом, проверяются результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций.

На экзамене преподаватель вправе задавать студенту уточняющие и дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет _____

Билет № _____
к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

---

1. Вопрос 1. Числовые множества. Понятие поля. Числовые поля **Q, R, C.** Конечные поля.
2. Вопрос 2. Квадратичные формы и приведение их к каноническому виду.
3. Задача 1. Найдите значение выражения, используя формулу Муавра.

$$\left(\frac{3-\sqrt{3}i}{2i}\right)^{18}$$

4. Задача 2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 6\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}2 & 1 & 11\\ 3 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2 & 7\\ -1 & 3 & 11\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$$

Утверждаю: зав. кафедрой ____ _____ должность, ФИО
(подпись)
(дата)

2. Критерии оценки результатов обучения, соотнесенных с уровнями освоения индикаторов достижения компетенций

Ответ на экзаменационный билет (тест) засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент проводит сравнительный комплексный анализ материала, выявляет проблемы, предлагает механизмы их решения, представляет количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи. Совокупность результатов обучения по дисциплине (модулю) и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Установленные в программе компетенции сформированы в полном объеме. Оценка составляет *от 35 до 40 баллов.*

Ответ на экзаменационный билет (тест) засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, способен представить количественные и качественные характеристики процессов, не допускает существенных ошибок при решении задачи. Совокупность результатов обучения по дисциплине (модулю) и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Установленные в программе компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 34 до* 27 *баллов.*

Ответ на экзаменационный билет (тест) засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи результатов обучения по дисциплине (модулю) и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит пробелы. Установленные в программе компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от* 26 *до* 20 *баллов.*

Ответ на экзаменационный билет (тест) считается **неудовлетворительным** (ниже порогового уровня), если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки. Совокупность результатов обучения по дисциплине (модулю) и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит существенные пробелы. Установленные в программе компетенции не сформированы. Оценка составляет *менее* 20 *баллов.*

3. Шкала оценки

Экзамен считается сданным, если сумма баллов по всем заданиям билета составляет от 20 до 40 баллов включительно. Сумма менее 20 баллов признается неудовлетворительным результатом промежуточной аттестации по дисциплине.

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, установленными в НГТУ.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

1. Понятие поля. Числовые поля ***Q, R, C***. Конечные поля.
2. Поле комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Формула Муавра. Нахождение корней *n*-й степени комплексного числа.
3. Понятие кольца. Кольцо многочленов над полем. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на множители в поле ***R***. Нахождение целых корней

многочлена.
4. Алгебра матриц. Кольцо матриц над полем.
5. Определитель обратимости матрицы. Свойства определителей.
6. Обратная матрица. Методы нахождения обратной матрицы.
7. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
8. Пространство арифметических векторов. Критерий линейной зависимости системы арифметических векторов. Теорема о базисном миноре. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы.
9. Решение невырожденных систем линейных уравнений методом Крамера, методом Жордана-Гаусса и с помощью обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
11. Приведенная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений (ф.с.р.). Теорема о связи общего решения системы линейных уравнений и ф.с.р. приведенной системы.
12. Геометрическое векторное пространство. Базис в пространстве, на плоскости и на прямой.
13. Декартова система координат, ПДСК. Длина вектора. Расстояние между точками. Орт вектора. Проекция. Направляющие косинусы.
14. Скалярное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, нахождение угла между векторами, нахождение проекции. Физический смысл скалярного произведения.
15. Векторное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, физический смысл.
16. Смешанное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах.
17. Уравнения прямой на плоскости (общее уравнение, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках).
18. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямых. Нахождение угла между прямыми.
19. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
20. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости.
21. Линейные пространства: определение и примеры. Критерий линейной зависимости векторов.
22. Базис. Примеры базисов. Координаты вектора. Свойства координатных столбцов.
23. Теорема о числе базисных векторов. Ранг системы векторов. Теорема о ранге конечной системы числовых векторов. Размерность пространства. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Теорема о дополнении системы векторов до базиса.
24. Замена базиса. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при смене базиса.
25. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме линейных пространств.
26. Линейное подпространство: определение и примеры. Сумма и пересечение подпространств: определение и связь размерностей. Прямая сумма подпространств.
27. Понятие линейного подпространства и линейного многообразия. Примеры многообразий.
28. Линейные операторы: определение и примеры. Пространство линейных опе-раторов.
29. Произведение линейных операторов: определение и свойства. Критерии невырожденности линейного оператора.
30. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора. Связь ранга и дефекта.
31. Матрица линейного оператора. Теорема о координатах образа вектора при линейном преобразовании.

32. Теорема об изоморфизме алгебры линейных операторов и алгебры матриц.
33. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
34. Характеристический многочлен и его инварианты.
35. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора: определение и отыскание.
36. Теорема о диагональной матрице линейного оператора. Отыскание базиса, в котором матрица оператора диагональна.
37. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора в евклидовом пространстве: определение и свойства.
38. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Матрица Грама. Орто-нормированный базис.
39. Скалярное произведение, длина вектора и координаты вектора в ортонор-мированном базисе.
40. Метод ортогонализации Шмидта.
41. Теорема об изоморфизме евклидовых пространств.
42. Ортогональные линейные операторы и матрицы.
43. Симметрические линейные операторы и матрицы. Собственные числа и собст-венные векторы симметрического оператора.
44. Квадратичные формы и приведение их к каноническому виду.
45. Кривые второго порядка и приведение их уравнений к каноническому виду.
46. Эллипс (каноническое уравнение, параметры и свойства).
47. Гипербола и парабола (канонические уравнения, параметры и свойства).
48. Поверхности второго порядка.